Lekenpraatje

Boaz Moerman

Utrecht University

16 September 2025

Een getal

Mijn favoriete getal is 72.
Wat is bijzonder aan 72?
72 is kwadraatvol: het is een product van een kwadraat en een derde macht.

$$72 = 2^3 \times 3^2.$$

Kwadraatvolle getallen

Wiskundigen zijn al een eeuw bezig met de studie van de verzameling kwadraatvolle getallen

$$1, 4, 8, 9, 16, 25, 27, 32, 36, 49, 64, 72, 81, 100, \ldots$$

Om deze en andere verzamelingen te begrijpen vanuit meetkundig perspectief, is er in de laatste jaren veel onderzoek geweest naar zogeheten Campanapunten. Hierover is echter nog veel onbekend.

M-punten

In mijn onderzoek heb een algemenere en flexibelere theorie van *M-punten* opgezet, waarmee veel andere speciale verzamelingen bestudeerd kunnen worden.
Hiermee heb ik algemene resultaten bewezen, waarmee ik open problemen voor Campanapunten heb opgelost. Zo heb ik het bekende Maninvermoeden uitgebreid en nieuwe gevallen ervan bewezen.
Laten we een voorbeeld bekijken.

Voorbeeld: product kwadraatvol

Ik heb de drietallen (a, b, c) bestudeerd waarbij het product $a \times b \times c$ kwaadraatvol is. Denk bijvoorbeeld aan $(4, 3, 6)$, want $4 \times 3 \times 6 = 72$.

Twee vraagstukken

Voor zulke verzamelingen heb ik twee vraagstukken bestudeerd:

- Hoe liggen de elementen van de verzameling verdeeld?
- Hoeveel elementen zijn er?

Laten de tweede vraag bekijken voor ons voorbeeld.

Verfijning van de vraag

Er zijn oneindig veel drietallen met een kwadraatvol product. Echter, het product van een drietal (a, b, c) is meestal niet kwadraatvol. We willen dus weten:

Voor hoe groot deel van de drietallen (a, b, c) is het product *wel* kwadraatvol?

Tellen

Om dit aandeel te bestuderen, kiezen we een bovengrens H en tellen we het aantal elementen (a, b, c) zodat $a \times b \times c$ kwadraatvol is en $a, b, c < H$.
Uit mijn resultaten volgt dat dit aantal ongeveer

$$2,7\left(\sqrt{H}\log H\right)^3$$

is.
In het bijzonder is $a \times b \times c$ kwadraatvol voor $\approx 2,8\%$ van de drietallen onder de 1000 en voor $\approx 0,000007\%$ onder de miljoen.

Nieuwe richtingen

Voor andere verzamelingen heb ik een vergelijkbare formule gevonden in termen van H en zijn logaritme. De coeffiënten in deze formule hebben een meetkundige betekenis en deze formule toont dus een mooi nieuw verband aan tussen de getaltheorie en de meetkunde.
Met dit verband heb ik een belangrijk vermoeden uitgebreid: het Manin-vermoeden, wat een weg baant naar nieuw fascinerend onderzoek.

Einde

Bedankt voor jullie aandacht!